Typ-1 Aufgaben & Lösungswege

Matura - Nebentermin 2 2018/19

14. Jänner 2020

Gerald Eder, BSc BA
Martin Hofbauer, BSc

HOFEDER .solutions

Schuljahr 2018/19
©Gerald Eder, Martin Hofbauer

In Kooperation mit:

MAIL BOXES ETC.®

Vorwort

Liebe Lernende!

Wir begleiten seit vielen Jahren junge Menschen zur Matura. Dabei verwenden wir, genauso wie unsere Schülerinnen und Schüler, die Aufgabenpools des Bundesministeriums für Bildung (BMB). Und eine der häufigsten Fragen, die uns bei der Arbeit begegnet, ist - Stichwort Multiple-Choice: "Warum stimmt diese Antwort, aber diese nicht?" Daraufhin haben wir uns ebenfalls eine Frage gestellt: Warum werden für die BHS so ausführliche Lösungen zur Verfügung gestellt, aber für AHS-Teil-1-Aufgaben nicht? So entstand im Sommer 2018 die Idee zu einem Projekt, den zukünftigen Maturantinnen und Maturanten ein Skript zur Verfügung zu stellen, mit dem die einzelnen Themen geübt und gleichzeitig die Inhalte besser verstanden werden können, weil die Lösungen auch Erklärungen und Begründungen beinhalten, warum eine Antwort richtig oder falsch ist. Dabei haben wir versucht, ein gutes Verhältnis zwischen einfachen und kurzen Formulierungen, aber trotzdem exakter Mathematik zu finden. Das eigentliche Ergebnis dieses Projekts (Lösungen zu allen Typ-1 Aufgaben des offiziellen Aufgabenpools des BMB) gibt es unter www.hofeder.solutions zu erwerben.

Das nun vor euch liegende Heft beinhaltet alle Typ-1 Aufgaben der schriftlichen Reifeprüfung zum Nebentermin 2 2018/19 vom 14. Jänner 2020 inklusive erklärter Lösungswege zu allen Beispielen. Aus Platzgründen haben wir immer ein paar Aufgaben auf einer Seite zusammengefasst. Es sollte jedoch trotzdem noch genug Platz vorhanden sein, um die Aufgaben zur Übung zu bearbeiten und anschließend (falls notwendig) die Erklärung im hinteren Teil des Heftes zu lesen.

Die Lösungen in diesem Heft stehen in keinerlei Verbindung zum BMB, sie wurden eigenhändig von uns erstellt. Bei Abweichungen der Lösungserwartung (aufgrund von Tippfehlern etc.) sind weiterhin die Lösungen des BMB (verfügbar unter www.srdp.at) gültig.
Natürlich haben wir versucht, alle Aufgaben fehlerfrei zu gestalten, aber es kann immer sein, dass manchmal trotzdem (Tipp-)Fehler passieren und auch beim mehrmaligen Korrekturlesen unentdeckt bleiben. Sollte ein Fehler entdeckt werden, zögert bitte nicht und meldet ihn uns unter *info@hofeder.solutions*, damit zukünftigen Nutzern dieser Lernhilfe etwas Verwirrung erspart bleibt!

Damit bleibt uns nur noch, euch allen viel Erfolg und alles Gute zu wünschen!

Gerald Eder und Martin Hofbauer

Angaben

Aufgabe 1 (Äquivalente Gleichungen).
Gegeben ist die Gleichung $\frac{x}{2} - 4 = 3$ in $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung

Kreuzen Sie die beiden nachstehenden Gleichungen in $x \in \mathbb{R}$ an, die zur gegebenen Gleichung äquivalent sind.

$x - 4 = 6$	☐
$\frac{x}{2} = -1$	☐
$\frac{x}{2} - 3 = 4$	☐
$\frac{x-8}{2} = 3$	☐
$\left(\frac{x}{2} - 4\right)^2 = 9$	☐

(Lösung auf Seite 12) [0/1 Punkt]

Aufgabe 2 (Verkehrsunfallstatistik).

Die nachstehenden Angaben beziehen sich auf Straßenverkehrsunfälle im Zeitraum von 2014 bis 2016.

A ... Anzahl der Straßenverkehrsunfälle im Jahr 2014, davon a % mit Personenschaden
B ... Anzahl der Straßenverkehrsunfälle im Jahr 2015, davon b % mit Personenschaden
C ... Anzahl der Straßenverkehrsunfälle im Jahr 2016, davon c % mit Personenschaden

Aufgabenstellung

Geben Sie einen Term für die Gesamtanzahl N der Straßenverkehrsunfälle mit Personenschaden im Zeitraum von 2014 bis 2016 an.

N = _____

(Lösung auf Seite 12) [0/1 Punkt]

Aufgabe 3 (Löwenrudel).
Ein Rudel von Löwen besteht aus Männchen und Weibchen. Die Anzahl der Männchen in diesem Rudel wird mit m bezeichnet, jene der Weibchen mit w.
Die beiden nachstehenden Gleichungen enthalten Informationen über dieses Rudel.
$m + w = 21$
$4 \cdot m + 1 = w$

Aufgabenstellung

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf dieses Rudel zutreffen.

In diesem Rudel sind mehr Männchen als Weibchen.	☐
Die Anzahl der Weibchen ist mehr als viermal so groß wie die Anzahl der Männchen.	☐
Die Anzahl der Männchen ist um 1 kleiner als die Anzahl der Weibchen.	☐
Insgesamt sind mehr als 20 Löwen (Männchen und Weibchen) in diesem Rudel.	☐
Das Vierfache der Anzahl der Männchen ist um 1 größer als die Anzahl der Weibchen.	☐

(Lösung auf Seite 12) [0/1 Punkt]

Aufgabe 4 (Quadratische Gleichung).
Gegeben ist die quadratische Gleichung $x^2 + r \cdot x + s = 0$ in $x \in \mathbb{R}$ mit $r, s \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung

Ordnen Sie den vier Lösungsfällen jeweils diejenige Aussage über die Parameter r und s (aus A bis F) zu, bei der stets der jeweilige Lösungsfall vorliegt.

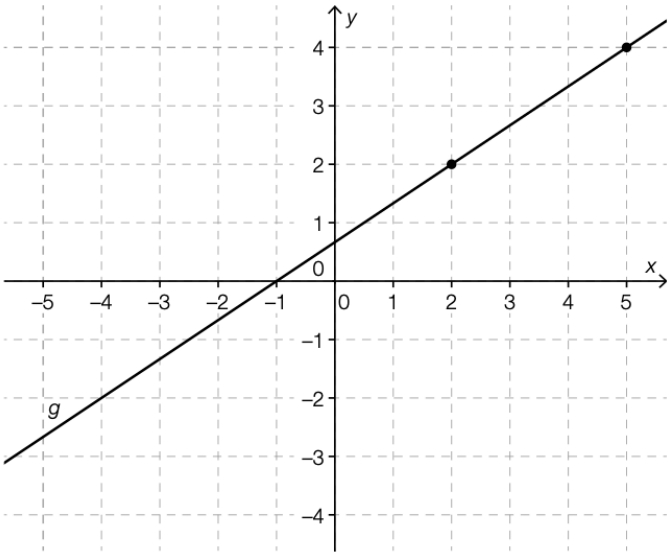
Die quadratische Gleichung hat keine reelle Lösung.	
Die quadratische Gleichung hat nur eine reelle Lösung $x = -\frac{r}{2}$.	
Die quadratische Gleichung hat die reellen Lösungen $x_1 = 0$ und $x_2 = -r$.	
Die quadratische Gleichung hat die reellen Lösungen $x_1 = -\sqrt{-s}$ und $x_2 = \sqrt{-s}$.	

A	$\frac{r^2}{4} = s$
B	$\frac{r^2}{4} - s > 0$ mit $r, s \neq 0$
C	$r \in \mathbb{R}, s > 0$
D	$r = 0, s < 0$
E	$r \neq 0, s = 0$
F	$r = 0, s > 0$

(Lösung auf Seite 13) [0 / $\frac{1}{2}$ / 1 Punkt]

Aufgabe 5 (Parallele Gerade durch einen Punkt).

Im nachstehenden Koordinatensystem ist eine Gerade g abgebildet. Die gekennzeichneten Punkte der Geraden g haben ganzzahlige Koordinaten.



Aufgabenstellung

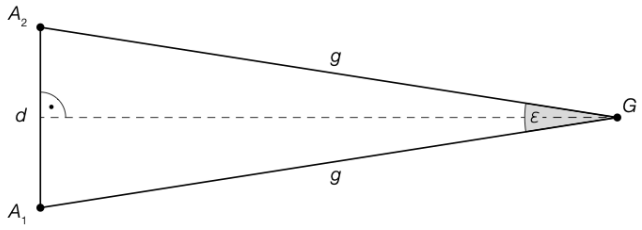
Geben Sie eine Parameterdarstellung einer zu g parallelen Geraden h durch den Punkt $(3|-1)$ an.

h: X = _____

(Lösung auf Seite 13) [0 / 1 Punkt]

Aufgabe 6 (Räumliches Sehen)**.**

Betrachtet man einen Gegenstand, so schließen die Blickrichtungen der beiden Augen einen Winkel ϵ ein. In der nachstehend dargestellten Situation hat der Gegenstand G zu den beiden Augen A_1 und A_2 den gleichen Abstand g. Der Augenabstand wird mit d bezeichnet.



Aufgabenstellung

Geben Sie den Abstand g in Abhängigkeit vom Augenabstand d und vom Winkel ϵ an.

g = _____

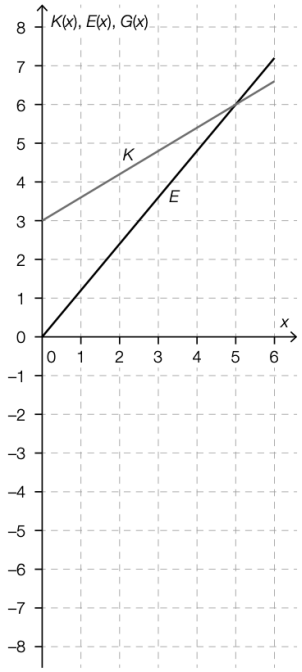
(Lösung auf Seite 13) [0 / 1 Punkt]

Aufgabe 7 (Gewinnfunktion)**.**

Die unten stehende Abbildung zeigt eine lineare Kostenfunktion $K : x \mapsto K(x)$ und eine lineare Erlösfunktion $E : x \mapsto E(x)$ mit $x \in [0;6]$.
Für die Gewinnfunktion $G : x \mapsto G(x)$ gilt für alle $x \in [0;6]$: $G(x) = E(x) - K(x)$.

Aufgabenstellung

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung den Graphen der Funktion G ein.



(Lösung auf Seite 13) [0 / 1 Punkt]

Aufgabe 8 (Funktionale Zusammenhänge)**.**
Gegeben ist die Gleichung $w = \frac{y \cdot z^2}{2 \cdot x}$ mit $w, x, y, z \in \mathbb{R}^+$.

Aufgabenstellung

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Betrachtet man z in Abhängigkeit von x, so ist $z : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$, $x \mapsto z(x)$ eine Exponentialfunktion.	☐
Betrachtet man w in Abhängigkeit von z, so ist $w : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$, $z \mapsto w(z)$ eine quadratische Funktion.	☐
Betrachtet man w in Abhängigkeit von x, so ist $w : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$, $x \mapsto w(x)$ eine lineare Funktion.	☐
Betrachtet man y in Abhängigkeit von z, so ist $y : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$, $z \mapsto y(z)$ eine Polynomfunktion vom Grad 2.	☐
Betrachtet man x in Abhängigkeit von y, so ist $x : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$, $y \mapsto x(y)$ eine lineare Funktion.	☐

(Lösung auf Seite 14) [0 / 1 Punkt]

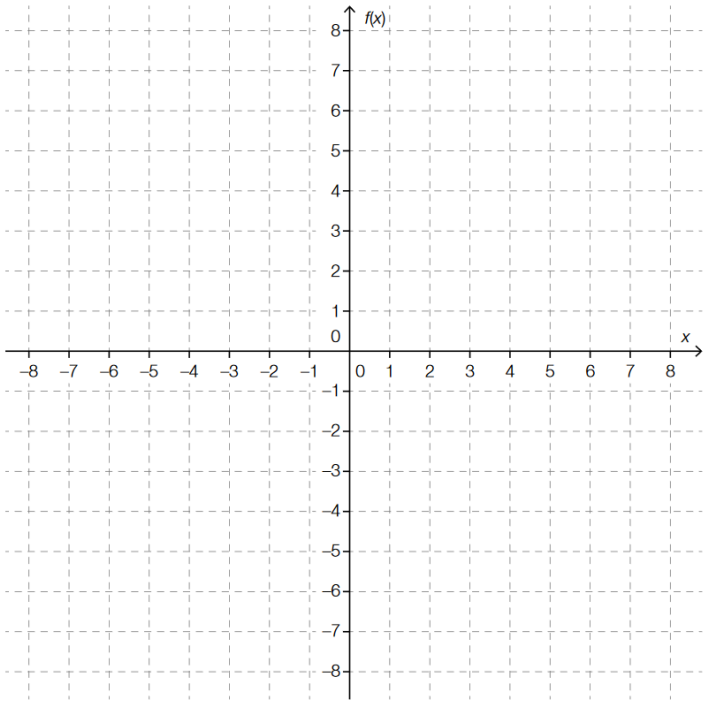
Aufgabe 9 (Graph zeichnen)**.**

Von einer linearen Funktion f sind nachstehende Eigenschaften bekannt:

- Die Steigung von f ist $-0,4$.
- Der Funktionswert von f an der Stelle 2 ist 1.

Aufgabenstellung

Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen von f auf dem Intervall [-7;7] ein.



(Lösung auf Seite 14) [0 / 1 Punkt]

Aufgabe 10 (Bruttogehalt und Nettogehalt).

Auf der Website des Finanzministeriums findet man einen Brutto-Netto-Rechner, der für jedes monatliche Bruttogehalt das entsprechende Nettogehalt berechnet.
Folgende Tabelle gibt Auskunft über einige Gehälter:

Bruttogehalt in €	1500	2000	2500
Nettogehalt in €	1199	1483	1749

Aufgabenstellung

Zeigen Sie unter Verwendung der in der obigen Tabelle angeführten Werte, dass zwischen dem Bruttogehalt und dem Nettogehalt kein linearer Zusammenhang besteht.

(Lösung auf Seite 14) [0 / 1 Punkt]

Aufgabe 11 (Verzinsung).

Ein Kapital K_0 wird auf einem Sparbuch mit 1 % p.a. (pro Jahr) verzinst.
Für die nachstehende Aufgabenstellung gilt die Annahme, dass allfällige Steuern und Gebühren nicht gesondert berücksichtigt werden müssen und keine weiteren Einzahlungen oder Auszahlungen erfolgen.

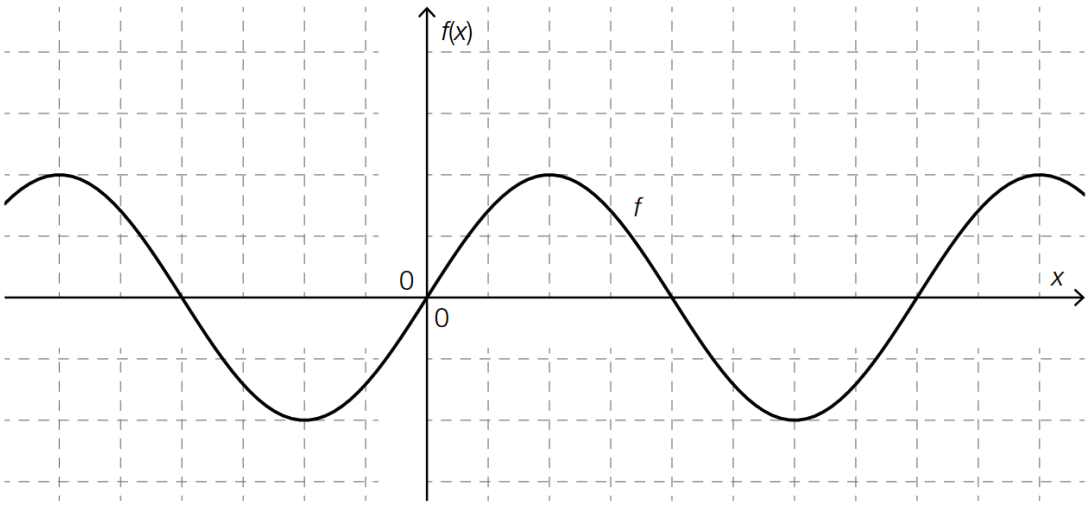
Aufgabenstellung

Berechnen Sie, in wie vielen Jahren sich das Kapital K_0 bei gleichbleibendem Zinssatz verdoppelt.

(Lösung auf Seite 14) [0 / 1 Punkt]

Aufgabe 12 (Sinusfunktion).

Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot \sin(\frac{\pi \cdot x}{b})$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$.

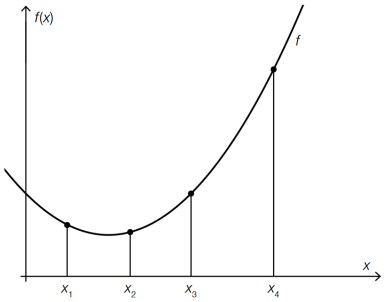


Aufgabenstellung

Ergänzen Sie in der nachstehenden Abbildung a und b auf der jeweiligen Achse so, dass der abgebildete Graph dem Graphen der Funktion f entspricht.

(Lösung auf Seite 15) [0 / 1 Punkt]

Aufgabe 13 (Differenzenquotient und Differenzialquotient).
Nachstehend ist der Graph einer Polynomfunktion f zweiten Grades abgebildet. Zusätzlich sind vier Punkte auf dem Graphen mit den x-Koordinaten x_1, x_2, x_3 und x_4 eingezeichnet.



Aufgabenstellung

Kreuzen Sie die beiden auf die Funktion f zutreffenden Aussagen an!

Der Differenzenquotient für das Intervall $[x_1; x_2]$ ist kleiner als der Differenzialquotient an der Stelle x_1.	☐
Der Differenzenquotient für das Intervall $[x_1; x_3]$ ist kleiner als der Differenzialquotient an der Stelle x_3.	☐
Der Differenzenquotient für das Intervall $[x_1; x_4]$ ist kleiner als der Differenzialquotient an der Stelle x_2.	☐
Der Differenzenquotient für das Intervall $[x_2; x_4]$ ist größer als der Differenzialquotient an der Stelle x_2.	☐
Der Differenzenquotient für das Intervall $[x_3; x_4]$ ist größer als der Differenzialquotient an der Stelle x_4.	☐

(Lösung auf Seite 15) [0 / 1 Punkt]

Aufgabe 14 (Bewegung).

Ein Körper startet seine geradlinige Bewegung zum Zeitpunkt $t = 0$.
Die Funktion v ordnet jedem Zeitpunkt t die Geschwindigkeit $v(t)$ des Körpers zum Zeitpunkt t zu (t in s, $v(t)$ in m/s).

Aufgabenstellung

Interpretieren Sie die Gleichung $v'(3) = 1$ im gegebenen Kontext unter Verwendung der entsprechenden Einheit.

(Lösung auf Seite 15) [0 / 1 Punkt]

Aufgabe 15 (Konzentration eines Arzneistoffs).

Einer Patientin wird täglich um 8:00 ein Arzneistoff intravenös verabreicht. Die Konzentration des Arzneistoffs im Blut der Patientin am Tag t unmittelbar vor Verabreichung des Arzneistoffs wird mit c_t bezeichnet (c_t in Milligramm/Liter).

Für $t \in \mathbb{N}$ gilt: $c_{t+1} = 0,3 \cdot (c_t + 4)$

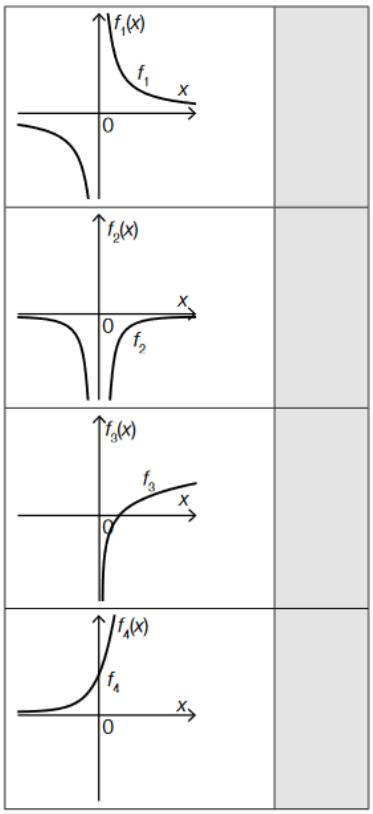
Aufgabenstellung

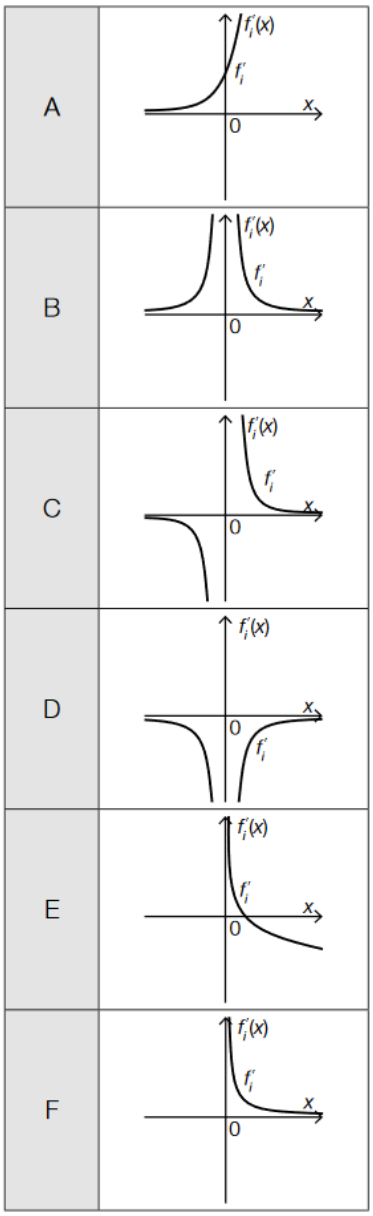
Interpretieren Sie den in der Gleichung auftretenden Zahlenwert 4 im gegebenen Kontext unter Verwendung der entsprechenden Einheit.

(Lösung auf Seite 15) [0 / 1 Punkt]

Aufgabe 16 (Graphen von Ableitungsfunktionen)**.**

Unten stehend sind die vier Graphen der Funktionen f_1 bis f_4 sowie die Graphen von sechs Funktionen (A bis F) abgebildet.





Aufgabenstellung

Ordnen Sie den vier Graphen der Funktionen f_1 bis f_4 jeweils denjenigen Graphen (aus A bis F) zu, der die Ableitung dieser Funktion darstellt.

(Lösung auf Seite 16) [0 / $\frac{1}{2}$ / 1 Punkt]

Aufgabe 17 (Eigenschaften einer Polynomfunktion)**.**

Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Polynomfunktion und $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$.

Aufgabenstellung

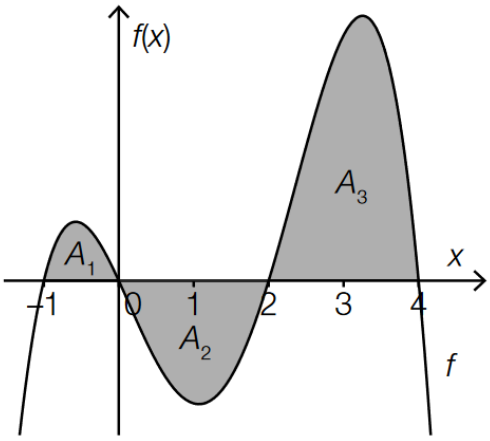
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass jedenfalls eine korrekte Aussage entsteht.
Wenn für alle $x \in (a; b)$ ___①___ gilt, dann ist die Funktion f im Intervall $(a; b)$ ___②___ .

①	
$f(x) > 0$	☐
$f'(x) < 0$	☐
$f''(x) > 0$	☐

②	
streng monoton fallend	☐
rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt)	☐
streng monoton steigend	☐

(Lösung auf Seite 16) [0 / $\frac{1}{2}$ / 1 Punkt]

Aufgabe 18 (Bestimmte Integrale)**.**
Nachstehend ist der Graph einer Polynomfunktion f mit den Nullstellen $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 2$ und $x_4 = 4$ dargestellt.
Für die mit A_1, A_2 und A_3 gekennzeichneten Flächeninhalte gilt:
$A_1 = 0,4$, $A_2 = 1,5$ und $A_3 = 3,2$.



Aufgabenstellung

Kreuzen Sie die beiden Gleichungen an, die wahre Aussagen sind.

$\int_{-1}^{2} f(x)dx = 1,9$	☐
$\int_{0}^{4} f(x)dx = 1,7$	☐
$\int_{-1}^{4} f(x)dx = 5,1$	☐
$\int_{0}^{2} f(x)dx = 1,5$	☐
$\int_{2}^{4} f(x)dx = 3,2$	☐

(Lösung auf Seite 16) [0 / 1 Punkt]

Aufgabe 19 (Histogramm).

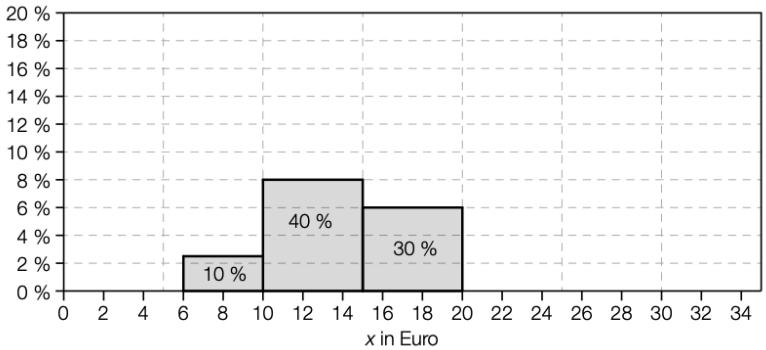
Ein Betrieb hat insgesamt 200 Beschäftigte. In der nachstehenden Tabelle sind die Stundenlöhne dieser Beschäftigten in Klassen zusammengefasst.

Stundenlohn x in Euro	Anzahl der Beschäftigten
$6 \leq x < 10$	20
$10 \leq x < 15$	80
$15 \leq x < 20$	60
$20 \leq x \leq 30$	40

Der Flächeninhalt eines Rechtecks im unten stehenden Histogramm ist der relative Anteil der Beschäftigten in der jeweiligen Klasse.

Aufgabenstellung

Ergänzen Sie im nachstehenden Histogramm die fehlende Säule so, dass die obigen Daten dargestellt sind.



(Lösung auf Seite 17) [0 / 1 Punkt]

Aufgabe 20 (Statistische Kennzahlen).

Eine Datenliste wird um genau einen Datenwert ergänzt, der größer als alle bisher erfassten Datenwerte ist. Zwei der unten stehenden statistischen Kennzahlen werden dadurch jedenfalls größer.

Aufgabenstellung

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden statistischen Kennzahlen an.

Spannweite	☐
Modus	☐
Median	☐
3. Quartil	☐
Arithmetisches Mittel	☐

(Lösung auf Seite 17) [0 / 1 Punkt]

Aufgabe 21 (Grippe in Österreich).

Die Medizinische Universität Wien hat die Daten einer Grippe-Virusinfektion für eine bestimmte Woche veröffentlicht. Dazu wurden Blutproben von Personen, die in dieser Woche an Grippe erkrankt waren, untersucht. Von den 1954 untersuchten Blutproben waren 547 Blutproben mit dem Virus A(H1N1), 117 Blutproben mit dem Virus A(H3N2) und die restlichen Blutproben mit dem Virus Influenza B infiziert.

Aufgabenstellung

Verwenden Sie die obigen Häufigkeitsangaben als Wahrscheinlichkeiten und bestimmen Sie unter dieser Voraussetzung die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte an Grippe erkrankte Person mit dem Virus Influenza B infiziert ist.

(Lösung auf Seite 17) [0 / 1 Punkt]

Aufgabe 22 (Basketball).

Martin und Sebastian werfen beim Basketball nacheinander je einmal in Richtung des Korbes. Martin trifft mit der Wahrscheinlichkeit 0,7 in den Korb und Sebastian trifft mit der Wahrscheinlichkeit 0,8 (unabhängig davon, ob Martin getroffen hat) in den Korb.

Aufgabenstellung

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei genau einer der beiden Spieler in den Korb trifft.

(Lösung auf Seite 17) [0 / 1 Punkt]

Aufgabe 23 (Drei Würfe mit einem Kegel).

Wirft man einen Kegel, kann dieser entweder auf der Mantelfläche oder auf der Grundfläche zu liegen kommen.
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Kegel auf der Grundfläche zu liegen kommt, beträgt bei jedem Wurf unabhängig von den anderen Würfen 30 %.
Der Kegel wird im Zuge eines Zufallsexperiments dreimal geworfen. Die Zufallsvariable X beschreibt, wie oft der Kegel dabei auf der Grundfläche zu liegen kommt.
Die unten stehende Tabelle soll die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X angeben.

Aufgabenstellung

Ergänzen Sie die fehlenden Werte.

X	Wahrscheinlichkeit (gerundet)
0	0,343
1	0,441
2	
3	

(Lösung auf Seite 18) [0 / 1 Punkt]

Aufgabe 24 (Frühstück).

Im Rahmen einer Studie gaben 252 von 450 Jugendlichen eines Bundeslandes an, dass sie immer frühstücken, bevor sie in die Schule gehen. Der Anteil dieser Jugendlichen wird mit h bezeichnet. Der Anteil aller Jugendlichen dieses Bundeslandes, die immer frühstücken, bevor sie in die Schule gehen, wird mit p bezeichnet.

Aufgabenstellung

Geben Sie auf Basis dieser Studie für p ein um h symmetrisches 95-%-Konfidenzintervall an.

(Lösung auf Seite 18) [0 / 1 Punkt]

Lösungen

Lösung zu Aufgabe 1.

☐	Um auf der rechten Seite der Gleichung von 3 auf 6 zu kommen, müsste die Gleichung mit 3 addiert werden. Dann müssten wir jedoch auch die linke Seite der Gleichung mit 3 addieren. Das wurde hier aber nicht berücksichtigt.
☐	Hier wurde (sinnvollerweise) scheinbar 4 auf der linken Seite addiert. Diese Addition müsste - analog zu Antwort 1 - nun auch auf der rechten Seite durchgeführt werden. Das Ergebnis auf der rechten Seite wäre dann jedoch $3 + 4 = 7$ und nicht -1.
☒	Diese Gleichung entspricht dem Resultat der Äquivalenzumformung $+1$. Das ist zum Lösen der Gleichung zwar keineswegs sinnvoll, die resultierende Gleichung ist aber trotzdem zu der in der Angaben äquivalent.
☒	Hier wurde die 4 in der Angabe mit 2 erweitert und somit auf gemeinsamen Nenner gebracht. Hier wurde die Gleichung tatsächlich gar nicht umgeformt und ist somit selbstverständlich äquivalent.
☐	Hier wird der Begriff der Äquivalenz entscheidend. Durch Quadrieren beider Seiten erhalten wir zwar in der Tat die vorliegende Gleichung. In die andere Richtung funktioniert das jedoch nicht, da $\sqrt{9} = \pm 3$ und somit nicht eindeutig die obige Gleichung ergibt. Somit handelt es sich nicht um eine äquivalente Gleichung.

Lösung zu Aufgabe 2.
Um die gesamte Anzahl an Verkehrsunfällen mit Personenschaden der angegeben Jahre anzugeben, müssen wir zunächst die absoluten Zahlen der jeweiligen Jahre berechnen und diese dann addieren. Beispielsweise errechnen wir diese absolute Anzahl für das Jahr 2014 mit $A \cdot \frac{a}{100}$, da a % der A Verkehrsunfälle mit Personenschaden enden. (% = "Hundertstel")
Somit erhalten wir für alle drei Jahre: $A \cdot \frac{a}{100} + B \cdot \frac{b}{100} + C \cdot \frac{c}{100}$

Lösung zu Aufgabe 3.

☐	Da die Anzahl der Männchen, wie in Gleichung 2, sogar multipliziert und addiert werden muss (vergrößert), muss die Anzahl der Männchen kleiner sein als die Anzahl der Weibchen.
☒	Wir können sogar genau sagen, um wie viel die Anzahl der Weibchen größer ist als das Vierfache der Männchen - nämlich um 1. Das ist exakt die Aussage von Gleichung 2.
☐	Diese Aussage berücksichtigt den Faktor 4 in Gleichung 2 nicht.
☒	Insgesamt sind es 21 Löwen, also mehr als 20.
☐	Das Vierfache der Anzahl der Männchen ist - wie in Gleichung 2 beschrieben - noch immer um 1 kleiner als die Anzahl der Weibchen und muss deshalb noch mit mit 1 addiert werden um Gleichheit ("=") herzustellen.

Lösung zu Aufgabe 4.

Damit eine quadratische Gleichung keine reelle Lösung besitzt, muss die Diskriminante (hier $\frac{r^2}{4} - s$) kleiner als 0 sein. Das ist für die angegebenen Fälle nur für $r = 0$ und $s > 0$ möglich, da in diesem Fall $D = 0 - s < 0$ gilt, da eine Zahl von 0 subtrahiert wird, das Ergebnis also negativ wird.	**F**
Genau eine reelle Lösung erhalten wir, wenn die Diskriminante (hier $\frac{r^2}{4} - s$) gleich 0 ist. Das ist äquivalent zu $\frac{r^2}{4} = s$. Die Lösung lautet in diesem Fall $x = -\frac{r}{2}$	**A**
0 ist immer dann eine reelle Lösung wenn "der konstante Teil" (hier s) gleich 0 ist.	**E**
Diese Lösungen erhalten wir für $r = 0$ in der Lösungsformel für quadratische Gleichungen. Damit diese Wurzeln aber existieren (berechenbar sind), muss s kleiner als 0 sein, sonst erhalten wir keine reelle Lösung (siehe dazu auch die Erklärung zu Lösung F).	**D**

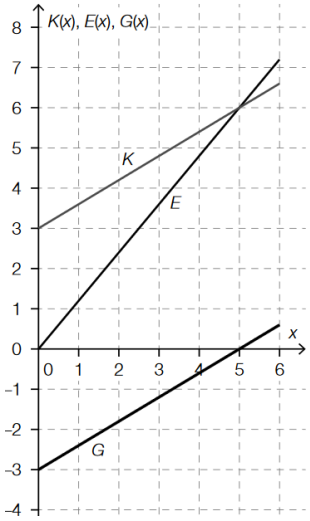
[Hinweis: im Falle von 2 oder 3 korrekten Zuordnungen ist ein halber Punkt zu vergeben.]

Lösung zu Aufgabe 5.
Zum Aufstellen der Parameterdarstellung einer Geraden benötigen wir einen Punkt (wie hier gegeben) und einen Richtungsvektor. Dieser Richtungsvektor stimmt mit dem Richtungsvektor der abgebildeten Geraden g überein, da die Geraden parallel sein sollen.
Wir lesen also den Richtungsvektor von g ab und erhalten so beispielsweise $\binom{3}{2}$ (parallele Vektoren sind genauso möglich). Die Parameterdarstellung von h lautet also: $X = \binom{3}{-1} + t \cdot \binom{3}{2}$.

Lösung zu Aufgabe 6.
Jeweils die Hälfte (egal ob untere oder obere) der Abbildung stellt ein rechtwinkliges Dreieck dar. Da die Länge g mithilfe von d und ϵ anzugeben ist, suchen wir einen Zusammenhang (eine Gleichung) in diesen drei Variablen. In der Geometrie empfehlen sich hier meist Winkelfunktionen. Da die beiden involvierten Längen (Seiten des Dreiecks) hier die Hypotenuse und die Gegenkathete des Winkels darstellen, bietet sich die Sinusfunktion ("Gegenkathete durch Hypotenuse") an.
$\Rightarrow \sin(\frac{\epsilon}{2}) = \frac{d/2}{g}$
Diese Gleichung führt nach ein paar Umformungen (oder der Eingabe in ein CAS) zur Lösung:
$g = \frac{d/2}{\sin(\epsilon/2)} = \frac{d}{2 \cdot \sin(\epsilon/2)}$.

Lösung zu Aufgabe 7.

Die beiden gegebenen Funktionen sind linear mit unterschiedlicher Steigung. Die durch $G(x) = E(x) - K(x)$ entstehende Funktion ist damit ebenfalls linear und beschreibt den Abstand zwischen der Kosten- und Erlösfunktion. Um eine lineare Funktion korrekt zu skizzieren, reicht es, zwei Punkte der Funktion zu kennen, die wir wie folgt ablesen können:
Bei $x = 0$ ist E drei Einheiten unter K, also ist $G(0) = -3$. Bei $x = 5$ schneiden sich die beiden Geraden, also wird bei dieser Absatzmenge kein Gewinn erzielt, d.h. $G(5) = 0$. Verbindet man diese Punkte, erhält man folgendes Bild des Graphen von G.



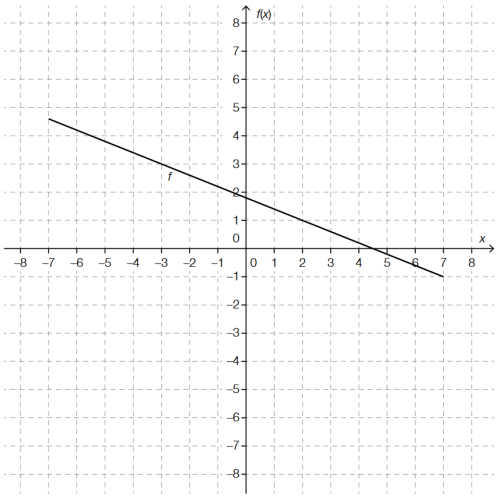
Lösung zu Aufgabe 8.

$z(x)$ bedeutet, dass eine Funktion z von der Variable (x) abhängt. Man sollte daher in dieser Aufgabe zuerst die Antworten 2 und 3 überprüfen, da man dafür keine Umformungen vornehmen muss. Für die anderen muss auf die jeweilige abhängige Variable umgestellt werden.

☐	Für die Funktion z erhält man $z(x) = \sqrt{\frac{2 \cdot w \cdot x}{y}}$, was einer Wurzelfunktion entspricht.
☒	Die Variable z steht quadratisch im Zähler, was genau einer quadratischen Funktion entspricht.
☐	Die Variable x tritt zwar linear auf, aber im Nenner des Funktionsterms und erzeugt so eine Hyperbel, keine lineare Funktion.
☐	Wird auf $y(z) = \frac{2 \cdot w \cdot x}{z^2}$ umgeformt, steht z quadratisch im Nenner der Funktion. Das ist keine Polynomfunktion zweiten Grades, da es einen negativen Exponenten im Polynom gäbe, was nicht erlaubt ist.
☒	Beim Umformen auf $x(y) = \frac{y \cdot z^2}{2 \cdot w}$ bleibt die gesuchte Variable y im Zähler mit Exponent 1, was genau zu einer linearen Funktion passt.

Lösung zu Aufgabe 9.

Die zweite Eigenschaft ist $f(2) = 1$, was bedeutet, dass der Punkt $(2|1)$ auf dem Graphen der Funktion liegt. Die Steigung von $-0,4$ kann als Bruch der Form $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{2}{5}$ dargestellt werden. Das bedeutet, auf einer Entfernung von fünf Einheiten auf der x-Achse fällt der Graph um zwei Einheiten auf der y-Achse. Dadurch ergibt sich zusammen mit dem Punkt ein Steigungsdreieck, das zu folgendem Graphen führt:



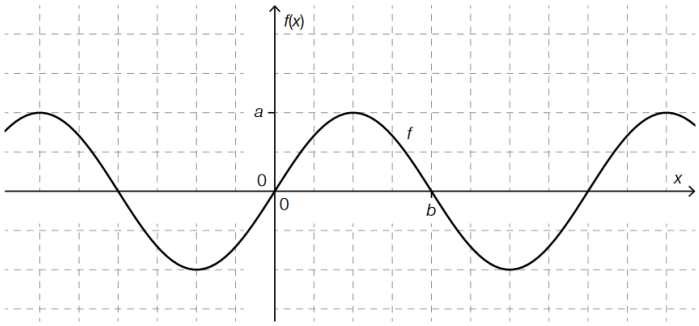
Lösung zu Aufgabe 10.

Die Tabelle kann dann einen linearen Zusammenhang darstellen, wenn zu zwei gleich großen Sprüngen beim Bruttogehalt auch zwei gleich große Sprünge beim Nettogehalt gehören. Das Bruttogehalt springt jeweils um 500 Euro, das Nettogehalt aber einmal um $1483 - 1199 = 284$ € und einmal um $1749 - 1483 = 266$ €. Auch wenn es "nur" 18 Euro sind, es handelt sich um ungleiche Sprünge, daher besteht kein linearer Zusammenhang.

Lösung zu Aufgabe 11.

Mehrjährige Verzinsung wird im Allgemeinen exponentiell berechnet. Es gilt daher der Zusammenhang $K_n = K_0 \cdot a^n$, wobei das Anfangskapital K_0 mit Aufzinsungsfaktor a über n Jahre verzinst wird. Wenn sich das Kapital K_0 verdoppelt, gibt es also ein n, so dass $2 \cdot K_0 = K_0 \cdot 1,01^n$ gilt. Mit Technologie oder Anwendung der Rechenregeln für Logarithmen erhält man so $a \approx 69,7$, also etwa 70 Jahre.

Lösung zu Aufgabe 12.
Der Parameter a entspricht der Amplitude, das ist die höchste Auslenkung der Funktion auf der y-Achse. Diese liegt bei zwei Einheiten. Der Parameter $\frac{\pi}{b}$ steht für die Frequenz f und hängt mit der Schwingungsdauer T durch die Gleichung $f = \frac{2 \cdot \pi}{T}$ zusammen. Liest man $T = 8$ (Dauer eines vollständigen Durchlaufs) aus der Grafik ab und setzt sie gemeinsam mit $f = \frac{\pi}{b}$ in diese Gleichung ein, erhält man als Lösung $b = 4$. Dies ist die erste positive Nullstelle des Graphen.



Lösung zu Aufgabe 13.
Beim Vergleich eines Differenzen- mit einem Differenzialquotienten muss nicht gerechnet werden. Man muss lediglich die Steigung der Verbindungsgeraden vom Anfang zum Ende des Intervalls mit der Steigung der Funktion an der angebenen Stelle verglichen werden, um die korrekten Antworten zu finden.

☐	An der Stelle x_1 ist die Funktion zwar steiler als die Verbindungsgerade von $f(x_1)$ zu $f(x_2)$, aber beide Steigungen sind negativ. Der Differenzenquotient ist daher größer als der Differenzialquotient.
☒	Am Ende dieses Intervalls steigt die Funktion steiler als die Sekante im angegebenen Intervall.
☐	Im Gegensatz zur relativ flachen Steigung bei x_2 ist die Verbindung von $f(x_1)$ zu $f(x_4)$ klar steiler.
☒	Die Tangente, die bei x_2 an f gelegt werden kann verläuft klar flacher als die Sekanten im Intervall $[x_2; x_4]$.
☐	Positiv gekrümmt steigende Funktionen weisen immer am Ende eines Intervalls die größte Steigung auf. Da die Sekantensteigung ein Mittelwert dieser Steigungen ist, kann sie nicht größer sein.

Lösung zu Aufgabe 14.
Die erste Ableitung der Geschwindigkeitsfunktion eines Körpers beschreibt die Veränderung der Geschwindigkeit, das ist die Beschleunigung. Diese wird (im einfachsten Fall) mit der Formel *Geschwindigkeit durch Zeit* berechnet. Das ergibt die Einheit $\frac{m}{s^2}$. Die Gleichung beschreibt also, dass die Beschleunigung zum Zeitpunkt 3 Sekunden gleich 1 $\frac{m}{s^2}$ ist.

Lösung zu Aufgabe 15.
Der Vollständigkeit halber und zum besseren Verständnis wollen wir die gesamte Gleichung interpretieren: c_t bezeichnet laut Angabe die Konzentration des Arzneistoffs direkt vor der Verabreichung. Durch die Klammersetzung wird nun zuerst 4 addiert, was bedeutet, **es werden 4 Milligramm pro Liter der Arznei verabreicht**. Danach wird mit dem Faktor 0,3 multipliziert, was bedeutet bis auf 30 % wird der gesamte Arzneistoff abgebaut, bevor am nächsten Tag alles von vorne beginnt.

Lösung zu Aufgabe 16.

Die Funktion f_1 ist eine Hyperbel, die im einfachsten Fall mit dem Term x^{-1} erzeugt werden kann. Beim Ableiten entsteht der Term $-x^{-2}$, was zwei nach unten gerichteten Ästen einer weiteren Hyperbel entspricht, wie in Funktion D dargestellt.	**D**
Bei der Funktion f_2 handelt es sich um eine Funktion mit dem möglichen Term $-x^{-2}$, der durch Differenzieren zu $2x^{-3}$ wird, welche wiederum ähnlich aussieht, wie f_1. Das entspricht der Funktion C.	**C**
Die Funktion f_3 ist streng monoton wachsend und augenscheinlich nur für positive Zahlen definiert, da der Graph nur rechts der y-Achse verläuft. Das ist typisch für Logarithmusfunktionen, beispielsweise $\ln x$. Die erste Ableitung davon ist $\frac{1}{x}$, was erneut eine Hyperbel darstellt, allerdings ebenfalls nur für positive x-Werte, daher Funktion F.	**F**
Der letzte Graph ist auf der ganzen Zahlengeraden definiert, ausschließlich positiv und streng monoton wachsend mit der x-Achse als Asymptote. Das sind Eigenschaften einer Exponentialfunktion, deren Verlauf sich beim Differenzieren nicht grundlegend ändert. Es kann daher nur Funktion A korrekt sein.	**A**

[Hinweis: im Falle von 2 oder 3 korrekten Zuordnungen ist ein halber Punkt zu vergeben.]

Lösung zu Aufgabe 17.
Eine der Lückentexte, die sehr geradlinig zu lösen sind. Die drei Antwortmöglichkeiten für die erste Lücke bedeuten der Reihe nach nur positive Funktionswerte, negative Steigung und positive Krümmung. Von diesen dreien kann nur die negative Steigung der Eigenschaft streng monoton fallend zugeordnet werden:

①	
$f(x) > 0$	☐
$f'(x) < 0$	☒
$f''(x) > 0$	☐

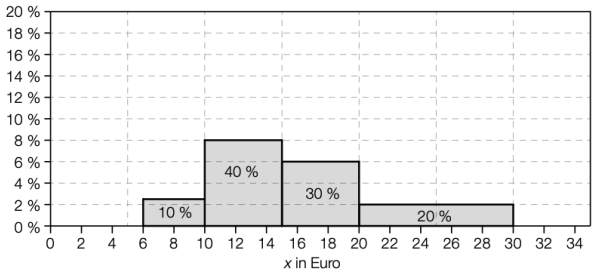
②	
streng monoton fallend	☒
rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt)	☐
streng monoton steigend	☐

[Hinweis: ein halber Punkt ist erreicht, wenn eine der beiden Textlücken korrekt gelöst ist.]

Lösung zu Aufgabe 18.
Wir berechnen der Reihe nach alle Integrale, indem wir die entsprechenden Flächeninhalte addieren. Man muss dabei beachten, dass Flächen unterhalb der x-Achse mit einem negativen Vorzeichen in die Rechnung einfließen.

☐	$\int_{-1}^{2} f(x)dx = A_1 - A_2 = 0,4 - 1,5 = -1,1$
☒	$\int_{0}^{4} f(x)dx = -A_2 + A_3 = -1,5 + 3,2 = 1,7$
☐	$\int_{-1}^{4} f(x)dx = A_1 - A_2 + A_3 = 0,4 - 1,5 + 3,2 = 2,1$
☐	$\int_{0}^{2} f(x)dx = -A_2 = -1,5$
☒	$\int_{2}^{4} f(x)dx = A_3 = 3,2$

Lösung zu Aufgabe 19.
Um die fehlende Säule einzutragen, benötigen wir noch ihre Höhe. Die Breite ist mit der Klassenbreite (=10 weil die letzte Klasse alle Werte zwischen 20 und 30 beinhaltet) bereits definiert. Im Endeffekt soll die Fläche der Säule dann die prozentuelle Häufigkeit an Beschäftigten innerhalb der Klasse angeben. Diese ist mit $\frac{40}{200} = 20\%$ gegeben. Um eine Fläche von 20(%) zu erhalten, muss die Höhe der Säule 2(%) betragen:



Lösung zu Aufgabe 20.

☒	Da der neue Datenwert größer als alle bisherigen Werte (insbesondere als das vorherige Maximum) ist, muss sich die Spannweite (Differenz zwischen Maximum und Minimum) auch vergrößern.
☐	Der Modus gibt den am häufigsten vorkommenden Wert in der Datenliste an. Da der neue Wert größer als alle bisherigen Werte ist, wird sich die Häufigkeit (und somit auch der Modus) der bisherigen Werte jedoch nicht ändern.
☐	Der Median gibt "die Mitte" der Datenliste an. Diese kann sich zwar ändern, muss sie aber nicht. Beispielsweise wenn in einer Liste mit 4 Werten die mittleren beiden Werte gleich sind.
☐	Hier gilt das gleiche wie für den Median in der vorherigen Antwort. Wenn um das dritte Quartil mehrere Werte gleich sind, ändert sich diese Kennzahl nicht.
☒	Das arithmetische Mittel wird gebildet indem die einzelnen Werte addiert und die Summe dann durch die Anzahl der Werte dividiert wird. Da nun ein weiterer größerer Wert hinzuaddiert wird, erhöht sich das arithmetische Mittel ("Durchschnitt").

Lösung zu Aufgabe 21.
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit kann als Laplace-Wahrscheinlichkeit (Merkregel "günstige durch mögliche") aufgestellt werden. Also müssen wir lediglich die Anzahl der an Influenza B erkrankten Patienten mit der Gesamtanzahl an Patienten dividieren. Wenn wir von der Gesamtanzahl 1954 die Patientenzahl der anderen beiden Erkrankungen abziehen, so erhalten wir $1954 - 547 - 117 = 1290$. Diese Anzahl müssen wir nun nur noch mit der gesamten Patientenzahl dividieren und erhalten so die gesuchte Wahrscheinlichkeit: $\frac{1290}{1954} = 0,66018 \approx 0,66$.

Lösung zu Aufgabe 22.
Das Ereignis "genau einer der beiden Spieler trifft" setzt sich aus "Martin trifft, Sebastian aber nicht" und "Sebastian trifft, Martin aber nicht" zusammen. Daher müssen wir die Wahrscheinlichkeiten für diese beiden Ereignisse addieren. Die Wahrscheinlichkeiten zu diesen Ereignissen selbst setzen sich dabei aus den Wahrscheinlichkeiten des Treffens bzw. nicht Treffens aus der Angabe zusammen. Wir erhalten also:
P("Martin trifft, Sebastian aber nicht") $= 0,7 \cdot 0,2 = 0,14$.
P("Sebastian trifft, Martin aber nicht") $= 0,8 \cdot 0,3 = 0,24$.
$\Rightarrow$ P("genau einer der beiden trifft") $= 0,14 + 0,24 =$ **0,38**.

Lösung zu Aufgabe 23.
Bei der beschriebenen Zufallsvariable X handelt es sich um eine binomialverteilte Zufallsvariable (n mal wird das gleiche "Experiment" mit einer Wahrscheinlichkeit p durchgeführt). Daher genügt es hier beispielsweise in GeoGebra den Wahrscheinlichkeitsrechner für die Binomialverteilung zu nutzen. Die Parameter lauten laut Angabe $n = 3$ und $p = 0,3$. Anschließend kann leicht P(X=2) und P(X=3) abgelesen werden.
Ohne CAS bzw. GeoGebra ist die Berechnung jedoch auch nicht allzu kompliziert. Wir müssen die Parameter dazu lediglich in die Formel für die Binomialverteilung (sollte in jedem Formelheft zu finden sein) $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$ einsetzen und erhalten:
$P(X = 2) = \binom{3}{2} \cdot 0,3^2 \cdot 0,7^1 = \mathbf{0{,}189}$.
$P(X = 3) = \binom{3}{3} \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^0 = \mathbf{0{,}027}$.

Lösung zu Aufgabe 24.
Die Formel für das Konfidenzintervall lautet $p = h \pm z \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}}$.
Mit $h = \frac{252}{450} = 0,56$ (relativer Anteil der Befragten), $n = 450$ (Anzahl der Befragten) und $z = 1,96$ (dieser Wert kann der Formelsammlung entnommen werden und ergibt sich aus dem Konfidenzniveau 95%), errechnet sich $p = 0,56 \pm 0,0458...$, was einem Konfidenzintervall von $[0,514; 0,606]$ entspricht.
Dies kann auch in *GeoGebra* ermittelt werden durch GaußAnteilSchätzer(0.56, 450, 0.95).